

# 杂题选讲

浙江省镇海中学  
范舒翼 岑若虚 邹逍遙

April 1, 2015

# Peaks

- 对于一个 $1 \sim n$ 的排列 $\langle a_1, a_2, \dots, a_n \rangle$ ,  
若 $a_{i-1} < a_i < a_{i+1}$ , 则称 $a_i$ 为一个峰 (为了方便,  
令 $a_0 = a_{n+1} = 0$ )
- 求 $n$ 的排列中峰的个数为 $k$ 的数目对239取模的值
- $n \leq 10^{15}, k \leq 30$

# sample

- input:

3 1

- output:

4

- 1 2 3

1 3 2

2 3 1

3 2 1

- 我们用  $f[i][j]$  表示  $1 \sim i$  的排列中峰数为  $j$  的数目
- $f[1][1] = 1$
- $f[i][j] = f[i-1][j] \times 2j + f[i-1][j-1] \times (i-2(j-1)) (i > 1)$
- $f[n][k]$  即为所求
- 由于  $n$  很大，我们可以用矩阵乘法来加速

- 我们用  $f[i][j]$  表示  $1 \sim i$  的排列中峰数为  $j$  的数目
- $f[1][1] = 1$
- $f[i][j] = f[i-1][j] \times 2j + f[i-1][j-1] \times (i - 2(j-1)) (i > 1)$
- $f[n][k]$  即为所求
- 由于  $n$  很大, 我们可以用矩阵乘法来加速
- 但是系数又和  $i$  有关

- 注意到模数只有239，我们可以把矩阵模239，这样就会出现一个长度为239的循环节，用快速幂加速

- 注意到模数只有239，我们可以把矩阵模239，这样就会出现一个长度为239的循环节，用快速幂加速
- 如果模数是几个较小数的乘积的话，我们把模数分解，再用中国剩余定理合并答案就可以了

# Fibonacci System

- 把一个数 $X$ 表示成斐波那契进制： $X = \overline{a_n a_{n-1} \cdots a_1}_F$
- 不能有连续两个1， $X = a_n F_n + a_{n-1} F_{n-1} + \cdots + a_1 F_1$   
 $F_0 = F_1 = 1, F_i = F_{i-1} + F_{i-2}$
- 如果把1到无穷大转换成斐波那契进制，并连续排列，就会变成这样：110100101100010011010...
- 求这个无穷序列的前 $n$ 位中有几个1
- $n \leq 10^{15}$



- input:  
21
  - output:  
10
- $1 = 1F$
  - $2 = 10F$
  - $3 = 100F$
  - $4 = 101F$
  - $5 = 1000F$
  - $6 = 1001F$
  - $7 = 1010F$

- 首先我们需要知道前 $n$ 位大概是由多少数转成斐波那契进制连起来的
- 即求最大的 $m$ ，满足 $1 \sim m$ 的斐波那契进制位数和不大于 $n$
- 可以二分来求

- 这样问题就变成了求 $1 \sim m$ 的数位和
- 我们先把 $m$ 转成斐波那契进制来数位DP
- 考虑第 $i$ 位（从右数起），如果是0，跳过；  
如果是1，对答案的贡献是 $i - 1$ 位斐波那契数的数位和  
+  $i - 1$ 位斐波那契数的个数  $\times$  第 $i$ 位左边的1的数目

- $f[i][j]$ 表示共 $j$ 位首位是 $i$ 的斐波那契数的数位和
- $g[i][j]$ 表示共 $j$ 位首位是 $i$ 的斐波那契数的个数
- 预处理
- $f[0][j] = f[1][j - 1] + f[0][j - 1]$
- $f[1][j] = f[0][j - 1] + g[0][j - 1]$
- $g[0][j] = g[0][j - 1] + g[1][j - 1]$
- $g[1][j] = g[0][j - 1]$

- 医院里有两种工作人员A和B，A类休假的时候不需要找人来代替他，B类休假的时候一定要找人来代班，如果来代班的人也属于B类，就要再找人代班
- 现有 $n$ 个工作人员，已知每个B类员工可以由哪些人来代班
- 求有多少对 $(X,Y)$ 满足 $X$ 和 $Y$ 单独休假时都没有问题，但他们一起休假时会出现问题
- $n \leq 5000, m \leq 20000$  ( $m$ 为替代关系的总数)

- input:

7 5

2 6 7

1 7

2 2 7

1 5

1 4

- output:

3

- (2,3)

(2,7)

(3,7)

- 把每个A类员工看成一个白点，每个B类看成一个黑点， $v$ 能代替 $u$ 看成一条 $u$ 到 $v$ 的有向边。
- 一个员工能否单独休假就是能否找一条从这个点开始以一个白点结束的路径
- 两个员工能否单独休假就是能否找两条分别从这两个点开始，都以白点结束的路径，且两条路径不相交

- 答案有两种情况：
- (1)  $X, Y$  一个白点，一个黑点
- 以每一个黑点为起点bfs，如果一个黑点恰好只能到达一个白点，那这两个点就满足条件。

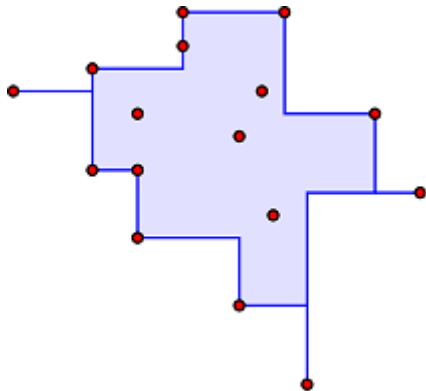


- (2)  $X, Y$ 两个都是黑点
- 考虑判断一对 $(X, Y)$ 是否可行，我们可以用网络流来检验
- 那如果我们枚举 $X$ ，任意找一条以白点结束的路径，修改那条路径上的流量，我们会发现，所有边的流量不是0就是1，求 $Y$ 的时候我们只要再做一遍bfs就可以了。

- 一个点集 $S$ 的正交凸包 $C$ 是满足如下条件的点集中面积最小的一个。
  - ①  $S$ 中的点都在 $C$ 中；
  - ②  $C$ 和任意一条水平或竖直直线的交要么为空，要么是连续的一段（可以是一个点）。

- 一个点集 $S$ 的正交凸包 $C$ 是满足如下条件的点集中面积最小的一个。
  - ①  $S$ 中的点都在 $C$ 中；
  - ②  $C$ 和任意一条水平或竖直直线的交要么为空，要么是连续的一段（可以是一个点）。
- 一开始 $S$ 为空。在 $S$ 中依次插入 $N$ 个点，求每次插入后正交凸包的面积。数据保证 $C$ 总是连续的。
- $N \leq 100000$

# 例子



- 正交凸包由四段折线构成。
- 求右上方的一段折线，可以从最上面的点开始，每次找当前点右边的点中最上面的点，与当前点L形连接，作为新的当前点，不断重复直到选到最右边的点。其它三段是类似的。

# 有插入

- 用四棵平衡树分别维护四段折线。
- 插入点时尝试将其分别插入四段折线的相应位置，若在当前折线外部需要更新折线，并计算面积的增量。

# 有插入

- 用四棵平衡树分别维护四段折线。
- 插入点时尝试将其分别插入四段折线的相应位置，若在当前折线外部需要更新折线，并计算面积的增量。
- 可以利用对称性和STL set简化代码。

# 有插入

- 用四棵平衡树分别维护四段折线。
- 插入点时尝试将其分别插入四段折线的相应位置，若在当前折线外部需要更新折线，并计算面积的增量。
- 可以利用对称性和STL set简化代码。
- 由于每个点最多被插入一次删除一次，总的时间复杂度是 $O(n \log n)$ 。



# Light

- $N \times M$ 的棋盘，已知每个格子的颜色（黑或白）。可以进行以下两种操作：
  - ① 选择一个格子，改变与它相邻的格子的颜色；
  - ② 选择一个格子，改变与它相邻的格子以及它本身的颜色。

# Light

- $N \times M$ 的棋盘，已知每个格子的颜色（黑或白）。可以进行以下两种操作：
  - ① 选择一个格子，改变与它相邻的格子的颜色；
  - ② 选择一个格子，改变与它相邻的格子以及它本身的颜色。

## Sample

001	→	000	→	000	→	000
100	→	110	→	100	→	000
000	→	001	→	110	→	000

# Light

- $N \times M$ 的棋盘，已知每个格子的颜色（黑或白）。可以进行以下两种操作：
  - ① 选择一个格子，改变与它相邻的格子的颜色；
  - ② 选择一个格子，改变与它相邻的格子以及它本身的颜色。

## Sample

001		000		000		000		000
100	→	110	→	100	→	000		
000		001		110		000		

- 求将所有格子变白的最小操作步数。
- $N, M \leq 10$

# 分析

- 轮廓线DP。
- 显然每种操作最多进行一次。

# 分析

- 轮廓线DP。
- 显然每种操作最多进行一次。
- 一种比较朴素的方法是，对轮廓线上每个格子记录当前颜色、是否进行了操作1、是否进行了操作2。状态数为  $O(nm8^n)$ 。
- 转移时枚举新格子的操作，计算附近格子的颜色，保证轮廓线内的格子为白色。当前格子的颜色可以从左边和上面格子的操作得出。

- 只需要知道操作对其它格子的贡献。如果一个格子进行了操作1和操作2中的一个，它对相邻格子的贡献为1。如果没有操作或进行了两个操作，贡献为0。

# 优化状态

- 只需要知道操作对其它格子的贡献。如果一个格子进行了操作1和操作2中的一个，它对相邻格子的贡献为1。如果没有操作或进行了两个操作，贡献为0。
- 贡献为1时，这个格子的颜色是可以任意指定的，因为只要换一种操作就可以改变它的颜色。两种颜色的状态可以合并。
- 每个格子只要记录3种状态。时间复杂度 $O(nm3^n)$ 。

# Periodic Binary String

- $T$  是一个长度为  $k$  的 01 串。  $S$  是以  $T$  为周期的无穷 01 串。  
例如  $T = "101"$ ，则  $S = "101101101\dots"$ 。



# Periodic Binary String

- $T$  是一个长度为  $k$  的 01 串。  $S$  是以  $T$  为周期的无穷 01 串。  
例如  $T = "101"$ ，则  $S = "101101101\dots"$ 。
- $f[l, r]$  表示  $S$  中第  $l$  位到第  $r$  位的子串看作二进制数的值。
- 问有多少个  $T$  满足  $f[l, r] \equiv x \pmod{p}$ 。

# Periodic Binary String

- $T$  是一个长度为  $k$  的 01 串。  $S$  是以  $T$  为周期的无穷 01 串。  
例如  $T = "101"$ ，则  $S = "101101101\dots"$ 。
- $f[l, r]$  表示  $S$  中第  $l$  位到第  $r$  位的子串看作二进制数的值。
- 问有多少个  $T$  满足  $f[l, r] \equiv x \pmod{p}$ 。
- $p$  为质数，  $p, l, r, k \leq 10^{18}$ ，答案模  $10^9 + 7$ 。

# Solution

- 由于是循环串，我们只关心长度不关心位置。
- 设  $r - l + 1 = qk + t$ ，则子串  $[l, r]$  中，一个长度为  $t$  的 01 串出现  $q + 1$  次，一个长度为  $k - t$  的 01 串出现  $q$  次，它们不相关。

- 由于是循环串，我们只关心长度不关心位置。
- 设  $r - l + 1 = qk + t$ ，则子串  $[l, r]$  中，一个长度为  $t$  的 01 串出现  $q + 1$  次，一个长度为  $k - t$  的 01 串出现  $q$  次，它们不相关。
- 特判  $t = 0$ 。
- 令  $c_1 = 1 + 2^k + 2^{2k} + \dots + 2^{qk}$ ，  
 $c_2 = 2^r + 2^{r+k} + \dots + 2^{r+(q-1)k}$ ，方程化为  
 $c_1 a + c_2 b \equiv x \pmod{p}$ ,  $0 \leq a < 2^t$ ,  $0 \leq b < 2^{k-t}$ .  
求该方程解数。

# Solution

- 特判 $c_1 = 0$ 和 $c_2 = 0$ .
- 乘以 $c_1^{-1}$ , 化为求 $a \equiv y - cb \pmod{p}$ ,  $0 \leq a < 2^t$ ,  $0 \leq b < 2^{k-t}$ 的解数.

# Solution

- 特判 $c_1 = 0$ 和 $c_2 = 0$ .
- 乘以 $c_1^{-1}$ , 化为求 $a \equiv y - cb \pmod{p}$ ,  $0 \leq a < 2^t$ ,  $0 \leq b < 2^{k-t}$ 的解数.
- 若 $2^t = q_1 p + r_1$ , 每个 $b$ 在 $0 \leq a < q_1 p$ 的范围内都有 $q_1$ 个解, 这里的解数是 $2^{k-t} \left\lfloor \frac{2^t}{p} \right\rfloor$ , 只要再求 $0 \leq a < r_1$ 的解数即可。同理把 $b$ 的范围缩小到 $p$ 以内。
- 答案是模 $10^9 + 7$ , 这里求 $\left\lfloor \frac{2^t}{p} \right\rfloor \pmod{10^9 + 7}$ , 先对 $(10^9 + 7)p$ 取模, 再除 $p$ 下取整。要高精度。

# Solution

- 特判 $c_1 = 0$ 和 $c_2 = 0$ .
- 乘以 $c_1^{-1}$ , 化为求 $a \equiv y - cb \pmod{p}$ ,  $0 \leq a < 2^t$ ,  $0 \leq b < 2^{k-t}$ 的解数.
- 若 $2^t = q_1 p + r_1$ , 每个 $b$ 在 $0 \leq a < q_1 p$ 的范围内都有 $q_1$ 个解, 这里的解数是 $2^{k-t} \left\lfloor \frac{2^t}{p} \right\rfloor$ , 只要再求 $0 \leq a < r_1$ 的解数即可。同理把 $b$ 的范围缩小到 $p$ 以内。
- 答案是模 $10^9 + 7$ , 这里求 $\left\lfloor \frac{2^t}{p} \right\rfloor \pmod{10^9 + 7}$ , 先对 $(10^9 + 7)p$ 取模, 再除 $p$ 下取整。要高精度。
- 求有多少 $0 \leq b < r_2$ , 满足 $0 \leq (y - cb) \pmod{p} < r_1$ .

# Solution



$$\sum_{b=0}^{r_2-1} [(y-cb) \bmod p < r_1] = \sum_{b=0}^{r_2-1} \left[ \frac{y-cb}{p} \right] - \left[ \frac{y-cb-r_1}{p} \right]$$

- 问题转化为求  $\sum_{i=0}^{n-1} \left[ \frac{a+di}{m} \right]$ .



# Solution



$$\sum_{b=0}^{r_2-1} [(y-cb) \bmod p < r_1] = \sum_{b=0}^{r_2-1} \left\lfloor \frac{y-cb}{p} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{y-cb-r_1}{p} \right\rfloor$$

- 问题转化为求  $\sum_{i=0}^{n-1} \left\lfloor \frac{a+di}{m} \right\rfloor$ .
- 利用

$$\sum_{i=0}^{n-1} \left\lfloor \frac{a+di}{m} \right\rfloor = \sum_{k=0}^{l-1} \left\lfloor \frac{(dn+a) \bmod m + mk}{d} \right\rfloor, l = \left\lfloor \frac{a+dn}{m} \right\rfloor$$

每次将整数提出保持  $d < m$ , 可以用辗转相除法求解。

# Solution



$$\sum_{b=0}^{r_2-1} [(y-cb) \bmod p < r_1] = \sum_{b=0}^{r_2-1} \left\lfloor \frac{y-cb}{p} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{y-cb-r_1}{p} \right\rfloor$$

- 问题转化为求  $\sum_{i=0}^{n-1} \left\lfloor \frac{a+di}{m} \right\rfloor$ .
- 利用

$$\sum_{i=0}^{n-1} \left\lfloor \frac{a+di}{m} \right\rfloor = \sum_{k=0}^{l-1} \left\lfloor \frac{(dn+a) \bmod m + mk}{d} \right\rfloor, l = \left\lfloor \frac{a+dn}{m} \right\rfloor$$

每次将整数提出保持  $d < m$ , 可以用辗转相除法求解。

- 不计高精度  $O(\log n)$

# Proof

$$\begin{aligned}\sum_{i=0}^{n-1} \left\lfloor \frac{a+di}{m} \right\rfloor &= \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{k=0}^{l-1} \left[ \left\lfloor \frac{a+di}{m} \right\rfloor \geq k+1 \right] \\ &= \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{k=0}^{l-1} [a+di \geq (k+1)m] \\ &= \sum_{k=0}^{l-1} \sum_{i=0}^{n-1} \left[ i \leq n-1 - \frac{km+m-a}{d} \right] \\ &= \sum_{k=0}^{l-1} \left[ n - \frac{(l-1-k)m+m-a}{d} \right] \\ &= \sum_{k=0}^{l-1} \left[ \frac{(dn+a) \bmod m + mk}{d} \right]\end{aligned}$$

- 给你一个 $1 \sim n$ 的全排列，要求选出一个尽量长的子序列满足：

- 给你一个 $1 \sim n$ 的全排列，要求选出一个尽量长的子序列满足：
- 不存在两个数 $0 \leq i < j < n$ 满足  
线段 $[\min(a_i, a_{i+1}), \max(a_i, a_{i+1})]$ 和  
线段 $[\min(a_j, a_{j+1}), \max(a_j, a_{j+1})]$ 有交但不互相包含

- 给你一个 $1 \sim n$ 的全排列，要求选出一个尽量长的子序列满足：
- 不存在两个数 $0 \leq i < j < n$ 满足  
线段 $[\min(a_i, a_{i+1}), \max(a_i, a_{i+1})]$ 和  
线段 $[\min(a_j, a_{j+1}), \max(a_j, a_{j+1})]$ 有交但不互相包含
- $a_0$ 一直等于0

- 给你一个 $1 \sim n$ 的全排列，要求选出一个尽量长的子序列满足：
- 不存在两个数 $0 \leq i < j < n$ 满足  
线段 $[\min(a_i, a_{i+1}), \max(a_i, a_{i+1})]$ 和  
线段 $[\min(a_j, a_{j+1}), \max(a_j, a_{j+1})]$ 有交但不互相包含
- $a_0$ 一直等于0
- 比如1 5 3 4和1 5 3 2是两个合法方案并且在后面加上任何一个数都将导致不合法。3 5 1不合法因为 $[0, 3]$ 和 $[1, 5]$ 相交但不互相包含。

- 给你一个 $1 \sim n$ 的全排列，要求选出一个尽量长的子序列满足：
- 不存在两个数 $0 \leq i < j < n$ 满足  
线段 $[\min(a_i, a_{i+1}), \max(a_i, a_{i+1})]$ 和  
线段 $[\min(a_j, a_{j+1}), \max(a_j, a_{j+1})]$ 有交但不互相包含
- $a_0$ 一直等于0
- 比如1 5 3 4和1 5 3 2是两个合法方案并且在后面加上任何一个数都将导致不合法。3 5 1不合法因为 $[0, 3]$ 和 $[1, 5]$ 相交但不互相包含。
- $n \leq 50$



- 给你一个 $1 \sim n$ 的全排列，要求选出一个尽量长的子序列满足：
- 不存在两个数 $0 \leq i < j < n$ 满足  
线段 $[\min(a_i, a_{i+1}), \max(a_i, a_{i+1})]$ 和  
线段 $[\min(a_j, a_{j+1}), \max(a_j, a_{j+1})]$ 有交但不互相包含
- $a_0$ 一直等于0
- 比如1 5 3 4和1 5 3 2是两个合法方案并且在后面加上任何一个数都将导致不合法。3 5 1不合法因为 $[0, 3]$ 和 $[1, 5]$ 相交但不互相包含。
- $n \leq 50$
- 其实刚才是在骗你的， $n \leq 2000$



- 给你一个 $1 \sim n$ 的全排列，要求选出一个尽量长的子序列满足：
- 不存在两个数 $0 \leq i < j < n$ 满足  
线段 $[\min(a_i, a_{i+1}), \max(a_i, a_{i+1})]$ 和  
线段 $[\min(a_j, a_{j+1}), \max(a_j, a_{j+1})]$ 有交但不互相包含
- $a_0$ 一直等于0
- 比如1 5 3 4和1 5 3 2是两个合法方案并且在后面加上任何一个数都将导致不合法。3 5 1不合法因为 $[0, 3]$ 和 $[1, 5]$ 相交但不互相包含。
- $n \leq 50$
- 其实刚才是在骗你的， $n \leq 2000$
- 其实刚才还是在骗你的， $n \leq 200000$




- 设  $b_i$  为  $i$  在  $a$  中的位置，那么经过观察发现  $b$  是由一段上升序列加一段下降序列组成的。

- 设  $b_i$  为  $i$  在  $a$  中的位置，那么经过观察发现  $b$  是由一段上升序列加一段下降序列组成的。
- 证明：  $n = 1$  时显然满足





- 设 $b_i$ 为 $i$ 在 $a$ 中的位置，那么经过观察发现 $b$ 是由一段上升序列加一段下降序列组成的。
- 证明： $n = 1$ 时显然满足
- 假如 $n = k$ 时满足条件，设 $a_p = k$ ，那么根据定义 $k + 1$ 只能在 $a_p$ 前面或者 $a_p$ 后面两个位置中选择一个插入。但不管插入在哪个位置依然满足性质。





- 设 $b_i$ 为 $i$ 在 $a$ 中的位置，那么经过观察发现 $b$ 是由一段上升序列加一段下降序列组成的。
- 证明： $n = 1$ 时显然满足
- 假如 $n = k$ 时满足条件，设 $a_p = k$ ，那么根据定义 $k + 1$ 只能在 $a_p$ 前面或者 $a_p$ 后面两个位置中选择一个插入。但不管插入在哪个位置依然满足性质。
- 先求出原串的 $b$ 数组，并求出 $b$ 数组的前后缀最长上升子序列然后扫一遍即可。





- 有  $n$  个 , 每个  会在  $a_i$  时刻出现在离你  $d_i$  米的地方, 并在  $b_i$  时刻消失。





- 有  $n$  个 , 每个  会在  $a_i$  时刻出现在离你  $d_i$  米的地方, 并在  $b_i$  时刻消失。
- 任意时刻你可以花费  $R$  点体力并把所有与你距离不超过  $R$  的  都膜一遍。




- 有  $n$  个 ，每个  会在  $a_i$  时刻出现在离你  $d_i$  米的地方，并在  $b_i$  时刻消失。
- 任意时刻你可以花费  $R$  点体力并把所有与你距离不超过  $R$  的  都膜一遍。
- 问膜遍所有  的最小的体力消耗。



- 有  $n$  个 , 每个  会在  $a_i$  时刻出现在离你  $d_i$  米的地方, 并在  $b_i$  时刻消失。
- 任意时刻你可以花费  $R$  点体力并把所有与你距离不超过  $R$  的  都膜一遍。
- 问膜遍所有  的最小的体力消耗。
- $a_i, b_i, d_i \leq 10000$




- 有  $n$  个 ，每个  会在  $a_i$  时刻出现在离你  $d_i$  米的地方，并在  $b_i$  时刻消失。
- 任意时刻你可以花费  $R$  点体力并把所有与你距离不超过  $R$  的  都膜一遍。
- 问膜遍所有  的最小的体力消耗。
- $a_i, b_i, d_i \leq 10000$
- $n \leq 1000000$

- 有  $n$  个 ，每个  会在  $a_i$  时刻出现在离你  $d_i$  米的地方，并在  $b_i$  时刻消失。
- 任意时刻你可以花费  $R$  点体力并把所有与你距离不超过  $R$  的  都膜一遍。
- 问膜遍所有  的最小的体力消耗。
- $a_i, b_i, d_i \leq 10000$
- $n \leq 1000000$
- 其实刚才是骗你的， $n \leq 500$




- 贪心?





- 贪心?
- 考虑 $O(n^3)$ dp: 先离散, 用 $f(i, j)$ 表示处理掉完全包含在 $i \sim j$ 这段区间内的的最小花费。

- 贪心?
- 考虑 $O(n^3)$ dp: 先离散, 用 $f(i, j)$ 表示处理掉完全包含在 $i \sim j$ 这段区间内的的最小花费。
- 那么这个区间中的最远的一个一定是会被和它距离刚好相同的半径膜掉的。

- 贪心?
- 考虑 $O(n^3)$ dp: 先离散, 用 $f(i, j)$ 表示处理掉完全包含在 $i \sim j$ 这段区间内的的最小花费。
- 那么这个区间中的最远的一个一定是会被和它距离刚好相同的半径膜掉的。
- 枚举在 $x$ 时刻膜掉最远的, 那么



- 贪心?
- 考虑 $O(n^3)$ dp: 先离散, 用 $f(i, j)$ 表示处理掉完全包含在 $i \sim j$ 这段区间内的的最小花费。
- 那么这个区间中的最远的一个一定是会被和它距离刚好相同的半径膜掉的。
- 枚举在 $x$ 时刻膜掉最远的, 那么
- $f(i, j) = \min(f(i, x - 1) + f(x + 1, j) + R)$

- 贪心?
- 考虑 $O(n^3)$ dp: 先离散, 用 $f(i, j)$ 表示处理掉完全包含在 $i \sim j$ 这段区间内的的最小花费。
- 那么这个区间中的最远的一个一定是会被和它距离刚好相同的半径膜掉的。
- 枚举在 $x$ 时刻膜掉最远的，那么
- $f(i, j) = \min(f(i, x - 1) + f(x + 1, j) + R)$
- 其中 $R$ 为最远那个的距离。

- 给你一个长为 $n$ 的数字串。

- 给你一个长为 $n$ 的数字串。
- 首先你需要把它切成两份（长度可以是0）并交换他们的位置（如“TRZtrz”可以变成“trzTRZ”）

- 给你一个长为 $n$ 的数字串。
- 首先你需要把它切成两份（长度可以是0）并交换他们的位置（如“TRZtrz”可以变成“trzTRZ”）
- 接下来你需要把它切成 $k$ 份，要求切完以后最大的数字最小。

- 给你一个长为 $n$ 的数字串。
- 首先你需要把它切成两份（长度可以是0）并交换他们的位置（如“TRZtrz”可以变成“trzTRZ”）
- 接下来你需要把它切成 $k$ 份，要求切完以后最大的数字最小。
- 如7654321输出176

- 给你一个长为 $n$ 的数字串。
- 首先你需要把它切成两份（长度可以是0）并交换他们的位置（如“TRZtrz”可以变成“trzTRZ”）
- 接下来你需要把它切成 $k$ 份，要求切完以后最大的数字最小。
- 如7654321输出176
- 数据范围？

- 容易发现最大串的长度  $t = \frac{n-1}{m} + 1$



- 容易发现最大串的长度  $t = \frac{n-1}{m} + 1$
- 二分最大串，这样就可以求出从每个位置开始到底是能走  $t$  步还是  $t - 1$  步

- 容易发现最大串的长度  $t = \frac{n-1}{m} + 1$
- 二分最大串，这样就可以求出从每个位置开始到底是能走  $t$  步还是  $t - 1$  步
- 当然二分需要先对后缀排序，判断步数需要比较两个后缀的大小。所以用一个后缀数组就可以了。

- 容易发现最大串的长度  $t = \frac{n-1}{m} + 1$
- 二分最大串，这样就可以求出从每个位置开始到底是能走  $t$  步还是  $t - 1$  步
- 当然二分需要先对后缀排序，判断步数需要比较两个后缀的大小。所以用一个后缀数组就可以了。
- 通过倍增我们就能算出每个串走  $k$  步后的位置。

- 容易发现最大串的长度  $t = \frac{n-1}{m} + 1$
- 二分最大串，这样就可以求出从每个位置开始到底是能走  $t$  步还是  $t - 1$  步
- 当然二分需要先对后缀排序，判断步数需要比较两个后缀的大小。所以用一个后缀数组就可以了。
- 通过倍增我们就能算出每个串走  $k$  步后的位置。
- 假如有至少一个位置能用  $k$  步走完一圈那么就是合法的。

- 容易发现最大串的长度  $t = \frac{n-1}{m} + 1$
- 二分最大串，这样就可以求出从每个位置开始到底是能走  $t$  步还是  $t - 1$  步
- 当然二分需要先对后缀排序，判断步数需要比较两个后缀的大小。所以用一个后缀数组就可以了。
- 通过倍增我们就能算出每个串走  $k$  步后的位置。
- 假如有至少一个位置能用  $k$  步走完一圈那么就是合法的。
- 时间复杂度  $O(n \log n)$

- fsy和fhygd在看NBA，但是网线只有一根，所以他们决定以回合制的方式来决定每个人看哪些NBA。

- fsy和fhygd在看NBA，但是网线只有一根，所以他们决定以回合制的方式来决定每个人看哪些NBA。
- 具体来说，双方轮流行动，每次可以选择看下一场NBA或者不动。

- fsy和fhygd在看NBA，但是网线只有一根，所以他们决定以回合制的方式来决定每个人看哪些NBA。
- 具体来说，双方轮流行动，每次可以选择看下一场NBA或者不动。
- 但是不动是很累的，双方各有一个精力值，每次不动将花费一点精力。当然假如没有精力了就不能不动。



- fsy和fhygd在看NBA，但是网线只有一根，所以他们决定以回合制的方式来决定每个人看哪些NBA。
- 具体来说，双方轮流行动，每次可以选择看下一场NBA或者不动。
- 但是不动是很累的，双方各有一个精力值，每次不动将花费一点精力。当然假如没有精力了就不能不动。
- 现在有 $n$ 场NBA，第 $i$ 场NBA看了以后可以获得 $a_i$ 的愉悦值并回复 $b_i$ 点精力值。

- fsy和fhygd在看NBA，但是网线只有一根，所以他们决定以回合制的方式来决定每个人看哪些NBA。
- 具体来说，双方轮流行动，每次可以选择看下一场NBA或者不动。
- 但是不动是很累的，双方各有一个精力值，每次不动将花费一点精力。当然假如没有精力了就不能不动。
- 现在有 $n$ 场NBA，第 $i$ 场NBA看了以后可以获得 $a_i$ 的愉悦值并回复 $b_i$ 点精力值。
- 告诉你每个人的初始精力值 $A, B$ ，fsy想知道先手方最多能获得多少点愉悦值

- fsy和fhygd在看NBA，但是网线只有一根，所以他们决定以回合制的方式来决定每个人看哪些NBA。
- 具体来说，双方轮流行动，每次可以选择看下一场NBA或者不动。
- 但是不动是很累的，双方各有一个精力值，每次不动将花费一点精力。当然假如没有精力了就不能不动。
- 现在有 $n$ 场NBA，第 $i$ 场NBA看了以后可以获得 $a_i$ 的愉悦值并回复 $b_i$ 点精力值。
- 告诉你每个人的初始精力值 $A, B$ ，fsy想知道先手方最多能获得多少点愉悦值
- $a_i \leq 0, 0 \leq A, B, b_i \leq 10^9, \sum a_i \leq 150, n \leq 150$

- 容易发现精力值的大小是没有用的，只有差值有用。因为精力值占优势的那一方指使劣势方看下一场NBA那么劣势方也没有办法。

- 容易发现精力值的大小是没有用的，只有差值有用。因为精力值占优势的那一方指使劣势方看下一场NBA那么劣势方也没有办法。
- 考虑 $f(i, j)$ 表示后 $i$ 场NBA先手方至少需要比后手方多多少精力才能获得 $j$ 点愉悦值。

- 容易发现精力值的大小是没有用的，只有差值有用。因为精力值占优势的那一方指使劣势方看下一场NBA那么劣势方也没有办法。
- 考虑 $f(i, j)$ 表示后 $i$ 场NBA先手方至少需要比后手方多多少精力才能获得 $j$ 点愉悦值。
- 那么假如先手方选择看：
- $f(i, j + a_i) = -f(i + 1, \text{sum}(i + 1) - j) - b_i + 1$

- 容易发现精力值的大小是没有用的，只有差值有用。因为精力值占优势的那一方指使劣势方看下一场NBA那么劣势方也没有办法。
- 考虑 $f(i, j)$ 表示后 $i$ 场NBA先手方至少需要比后手方多多少精力才能获得 $j$ 点愉悦值。
- 那么假如先手方选择看：
- $f(i, j + a_i) = -f(i + 1, \text{sum}(i + 1) - j) - b_i + 1$
- 选择不看：
- $f(i, j) = \max(f(i + 1, j) + b_i, 0) + 1$

# Epilogue

- 谢谢大家。
- 祝大家省选顺利。